

Model Optimasi Rute Transportasi Berbasis Pemrograman Linear

Hevlie Winda Nazry S¹, Ferdy Riza², Firahmi Rizky³, Zuli Agustina Gultom⁴, Muhammad Haris⁵,
Mika Debora Br Barus⁶

^{1,4}Sains Data, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara

^{2,3}Sistem Informasi, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara

⁵Teknologi Informasi, Universitas Muhammadiyah Sumatera Utara

⁶Teknologi Hasil Pertanian, Politeknik Pertanian Negeri Samarinda

Email: ¹hevliwindanazry@umsu.ac.id, ²ferdyriza@umsu.ac.id, ³firahmirizky@umsu.ac.id, ⁴zuliagustina@umsu.ac.id,

⁵muhammadharis@umsu.ac.id, ⁶deboramika@gmail.com

Email Penulis Korespondensi: hevliwindanazry@umsu.ac.id

Abstrak

Transportasi merupakan salah satu elemen penting dalam mendukung aktivitas logistik dan distribusi. Efisiensi dalam perencanaan rute transportasi dapat mengurangi biaya operasional, waktu tempuh, serta dampak lingkungan. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model optimasi rute transportasi berbasis pemrograman linear yang mampu memberikan solusi optimal dalam penentuan rute. Model ini mempertimbangkan berbagai parameter, seperti jarak, waktu, kapasitas kendaraan, dan batasan operasional. Pendekatan pemrograman linear untuk menemukan solusi optimal terkait penentuan rute pengiriman yang efisien, dengan memperhatikan berbagai kendala seperti kapasitas kendaraan, permintaan pelanggan, dan waktu pengiriman. Model ini terdiri dari fungsi objektif yang meminimalkan total biaya transportasi, sementara kendala yang diterapkan meliputi batasan kapasitas kendaraan, pemenuhan permintaan pelanggan, dan batasan waktu perjalanan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan model ini berhasil menghasilkan solusi yang optimal, dengan mengurangi biaya total pengiriman secara signifikan, sekaligus memenuhi semua persyaratan dan batasan yang ada. Model ini memberikan kontribusi dalam peningkatan efisiensi pengelolaan rute transportasi dan dapat diadaptasi untuk berbagai jenis sistem distribusi yang lebih kompleks.

Kata Kunci: Optimasi Rute, Pemrograman Linear, Transportasi, Efisiensi Logistik, Biaya Operasional

Abstract

Transportation is a crucial element in supporting logistics and distribution activities. Efficient transportation route planning can reduce operational costs, travel time, and environmental impact. This study aims to develop a transportation route optimization model based on linear programming, capable of providing optimal solutions in route determination. The model considers various parameters such as distance, time, vehicle capacity, and operational constraints. The linear programming approach is used to find the optimal solution related to determining efficient delivery routes, considering various constraints such as vehicle capacity, customer demand, and delivery time. This model consists of an objective function that minimizes the total transportation cost, while the applied constraints include vehicle capacity limitations, fulfillment of customer demand, and travel time constraints. The research results show that the application of this model successfully produces an optimal solution, significantly reducing the total delivery cost while meeting all existing requirements and constraints. This model contributes to improving the efficiency of transportation route management and can be adapted to various types of more complex distribution systems.

Keywords: Route Optimization, Linear Programming, Transportation, Logistics Efficiency, Operational costs

1. PENDAHULUAN

Dalam dunia modern yang serba cepat, efisiensi dalam transportasi memiliki peranan penting dalam mendukung aktivitas logistik dan distribusi barang. Proses pengelolaan rute transportasi yang tidak optimal dapat menyebabkan peningkatan biaya operasional, konsumsi bahan bakar, dan emisi karbon, yang pada akhirnya berdampak negatif terhadap keberlanjutan lingkungan dan ekonomi. Oleh karena itu, diperlukan metode yang sistematis untuk mengoptimalkan jalur transportasi guna meminimalkan biaya dan waktu tempuh. Permasalahan optimasi rute transportasi tidak hanya relevan bagi perusahaan logistik besar, tetapi juga untuk berbagai sektor lainnya, termasuk distribusi barang kebutuhan pokok, pengelolaan armada pengiriman, hingga layanan transportasi publik. Kompleksitas masalah ini meningkat seiring bertambahnya jumlah lokasi, kendaraan, serta kendala yang harus dipertimbangkan, seperti kapasitas kendaraan, batasan waktu pengiriman, dan kondisi jalan.

Permasalahan dalam menentukan rute yang optimal sangat kompleks dan dipengaruhi oleh banyak faktor, seperti biaya, waktu, sumber daya, permintaan pelanggan, kondisi lalu lintas, infrastruktur, dan regulasi. Model optimasi rute, seperti pemrograman linear atau algoritma heuristik, dapat membantu mengatasi tantangan ini dengan cara merencanakan rute yang efisien dan mengurangi biaya serta meningkatkan kepuasan pelanggan. Pengoptimalan rute tidak hanya bermanfaat untuk pengiriman barang, tetapi juga untuk pengelolaan transportasi umum dan perjalanan pribadi yang lebih efisien.

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh kebutuhan akan model yang mampu mengoptimalkan rute transportasi secara efisien dengan memanfaatkan pemrograman linear. Model yang diusulkan diharapkan tidak hanya relevan secara teoritis, tetapi juga memiliki aplikasi praktis yang luas, terutama dalam meningkatkan efisiensi logistik dan keberlanjutan operasional transportasi.

Pemrograman linear telah terbukti menjadi pendekatan yang efektif dalam menyelesaikan berbagai permasalahan optimasi, termasuk dalam pengelolaan rute transportasi. Dengan menggunakan model pemrograman linear, sistem transportasi dapat dirancang sedemikian rupa sehingga memaksimalkan efisiensi operasional sekaligus memenuhi kendala-kendala tertentu, seperti kapasitas kendaraan, waktu pengiriman, dan kondisi geografis.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model optimasi rute transportasi berbasis pemrograman linear yang dapat diterapkan pada berbagai jenis sistem transportasi, baik untuk distribusi barang maupun layanan lainnya. Fokus utama dari penelitian ini adalah menghasilkan solusi optimal yang tidak hanya relevan secara teoritis, tetapi juga dapat diterapkan secara praktis dalam dunia nyata.

Melalui penelitian ini, diharapkan model yang diusulkan mampu memberikan kontribusi nyata dalam mendukung efisiensi logistik dan pengelolaan transportasi. Selain itu, hasil penelitian ini dapat menjadi referensi bagi perusahaan, pemerintah, dan pihak-pihak terkait yang ingin meningkatkan kinerja sistem transportasi mereka. Tujuan dari penelitian optimasi rute dalam pemrograman linear adalah untuk menemukan solusi yang paling efisien dan optimal dalam mengelola rute transportasi, dengan mempertimbangkan berbagai faktor seperti biaya, waktu, kapasitas, dan kendala lainnya, untuk meningkatkan efisiensi operasional dan produktivitas dalam sistem distribusi atau transportasi.

2. METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Tahapan Penelitian

Tahap ini melibatkan analisis terhadap permasalahan rute transportasi yang dihadapi, seperti tingginya biaya operasional, waktu tempuh yang tidak efisien, serta kendala lain seperti kapasitas kendaraan dan batasan waktu pengiriman. Masalah ini kemudian dirumuskan dalam bentuk matematis untuk diselesaikan menggunakan pemrograman linear. Penelitian ini dilakukan secara terstruktur melalui beberapa tahapan utama sebagai berikut:

1. Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam optimasi rute transportasi adalah langkah penting yang digunakan untuk memastikan bahwa model yang dibangun akurat dan dapat menghasilkan solusi yang optimal. Data yang terkumpul digunakan untuk membangun model pemrograman linear yang menggambarkan sistem transportasi, serta untuk menghitung biaya, waktu, dan kapasitas yang diperlukan. Berikut adalah beberapa jenis data yang perlu dikumpulkan dalam penelitian optimasi rute transportasi.

2. Pengolahan Data

Pengolahan data optimasi rute adalah langkah penting dalam mempersiapkan data untuk digunakan dalam model optimasi, baik itu untuk pemrograman linear, pemrograman integer, atau metode lainnya. Pengolahan data ini bertujuan untuk memastikan bahwa data yang digunakan sesuai, lengkap, dan dapat menghasilkan solusi optimal berdasarkan kendala dan tujuan yang telah ditentukan. Berikut adalah tahapan dalam pengolahan data optimasi rute.

3. Penerapan Model

Penerapan model matematika pada optimasi rute bertujuan untuk merancang sistem transportasi atau distribusi yang efisien dengan mempertimbangkan berbagai variabel dan kendala, menggunakan alat matematika seperti pemrograman linear, pemrograman integer, dan teknik-teknik optimasi lainnya. Model matematika ini menggambarkan hubungan antara titik-titik pengiriman, biaya, waktu, dan sumber daya (seperti kendaraan), dengan tujuan untuk menemukan solusi yang optimal, seperti minimisasi biaya atau waktu perjalanan. Model matematika pada optimasi rute dirancang untuk mengatasi masalah dalam sistem transportasi yang kompleks.

2.2 Rute Transportasi

Rute transportasi adalah jalur atau lintasan yang digunakan untuk mengangkut barang, jasa, atau orang dari satu lokasi ke lokasi lain. Penentuan rute transportasi yang optimal bertujuan untuk meminimalkan biaya, waktu, atau jarak sambil memastikan efisiensi operasional.

a. Komponen Utama

Komponen utama dalam rute transportasi terdiri dari beberapa elemen yang berperan dalam perencanaan dan pengelolaan distribusi barang atau perjalanan. Komponen utama dalam optimasi rute seperti Variabel Keputusan, Fungsi Objektif, Kendala (Constraints), Data Masukan (Input Data), Metode atau Teknik Optimasi, Solusi dan Evaluasi, Implementasi. Berikut adalah komponen-komponen utama yang sering terlibat dalam perencanaan rute transportasi, yaitu:

1. Pusat Distribusi (Hub)
Titik utama tempat barang dikonsolidasikan atau disebar ke berbagai tujuan.
2. Node (Simpul)
Lokasi yang terlibat dalam jaringan transportasi, seperti gudang, terminal, atau pelanggan.

3. Edge (Lintasan)
Jalur penghubung antara dua node, seperti jalan raya, rel kereta, jalur udara, atau jalur laut.
 4. Kendaraan
Alat transportasi yang digunakan, seperti truk, kapal, kereta api, atau pesawat.
- b. Langkah-Langkah penentuan rute transportasi, yaitu :
- Penentuan rute transportasi yang optimal, baik untuk pengiriman barang maupun perjalanan, melibatkan berbagai langkah yang sistematis untuk memastikan efisiensi biaya dan waktu. Berikut adalah langkah-langkah dalam menentukan rute transportasi:
1. Identifikasi Lokasi
Tentukan titik awal, tujuan, dan node di sepanjang jaringan.
 2. Pemetaan Jaringan
Gambarkan node dan edge dalam bentuk peta atau graf.
 3. Formulasi Masalah
 - a. Variabel keputusan: Rute yang akan diambil.
 - b. Fungsi objektif: Meminimalkan jarak, biaya, atau waktu.
 - c. Kendala: Kapasitas kendaraan, waktu pengiriman, atau batasan lain.
 - c. Penerapan Model Optimasi
Penerapan model optimasi pada rute transportasi bertujuan untuk meningkatkan efisiensi dengan cara menentukan rute terbaik yang dapat mengurangi biaya, waktu, atau jarak perjalanan. Model optimasi sering digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam sistem transportasi.

2.3 Optimasi Pemrograman Linear

Optimasi dalam Pemrograman Linear adalah pendekatan matematika untuk menemukan solusi optimal (maksimum atau minimum) suatu masalah, di mana fungsi objektif dan kendala memiliki bentuk linear. Pemrograman linear digunakan untuk memecahkan berbagai masalah di bidang logistik, manajemen, ekonomi, dan teknik. Model Pemrograman Linear (Linear Programming) pada Rute Transportasi digunakan untuk menentukan jalur optimal dalam jaringan transportasi untuk meminimalkan biaya, jarak, atau waktu sambil mematuhi batasan tertentu seperti kapasitas kendaraan, permintaan pelanggan, atau waktu pengiriman.

1. Model Pemrograman Linear untuk Rute Transportasi
 - a. Variabel Keputusan
Menentukan keputusan terkait rute yang diambil, seperti jumlah unit barang yang dikirim dari satu titik ke titik lain:
 X_{ij} = barang yang dikirim dari lokasi i ke lokasi j .
 - b. Fungsi Objektif
Fungsi yang ingin dioptimalkan, misalnya meminimalkan biaya transportasi:
$$\text{Minimalkan: } Z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} x_{ij}$$

di mana C_{ij} adalah biaya transportasi per unit dari i ke j .
 - c. Kendala
Batasan yang harus dipenuhi, seperti:
 - 1) Kapasitas kendaraan:
$$\sum_j X_{ij} \leq \text{kapasitas kendaraan, untuk semua } i$$
 - 2) Permintaan di setiap node:
$$\sum_i X_{ij} = d_j \text{ (permintaan di node } j)$$
2. Penyelesaian Masalah
 - a. Metode Manual:
Gunakan metode tabel transportasi (Metode Least Cost atau Northwest Corner) untuk solusi awal, kemudian optimalkan dengan Metode Stepping Stone atau MODI (Modified Distribution Method).
 - b. Metode Komputasi:
Gunakan perangkat lunak seperti:
 - 1) Excel Solver : Fungsi Objektif Solver digunakan untuk menentukan nilai optimal dari suatu fungsi objektif, yang bisa berupa minimisasi biaya, maksimisasi keuntungan, atau tujuan lainnya. Variabel Keputusan Solver mengoptimalkan variabel keputusan (seperti jumlah barang yang diproduksi, jumlah pengiriman yang dilakukan, dll.) untuk mencari solusi terbaik yang memenuhi kendala yang ada. Kendala Solver memungkinkan pengguna untuk memasukkan berbagai kendala atau batasan dalam bentuk persamaan atau ketidaksetaraan (misalnya, kapasitas produksi, waktu yang tersedia, atau batasan biaya).
 - 1) Python (Pulp/OR-Tools) : Untuk implementasi menggunakan pustaka optimasi.
 - 2) MATLAB : Dengan fungsi khusus untuk pemrograman linear.

3. Hasil Akhir

Hasil akhir dari penerapan optimasi rute transportasi berbasis pemrograman linear adalah solusi optimal yang memberikan nilai terbaik dari fungsi objektif, sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai, seperti meminimalkan biaya, meminimalkan waktu, atau meminimalkan jarak pengiriman barang atau perjalanan, dengan tetap memenuhi semua kendala yang ada.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Penerapan Model Optimasi Pemrograman Linear

Pada bagian ini, dijelaskan hasil optimasi rute transportasi, termasuk alokasi barang dari titik awal ke titik tujuan, biaya total transportasi, dan analisis efektivitas model yang diterapkan. Pemrograman linear membantu menyelesaikan masalah optimasi dengan cara yang sistematis dan terstruktur. Berikut adalah contoh studi kasus sederhana untuk model optimasi rute transportasi berbasis pemrograman linear.

Perusahaan memiliki 3 gudang yang masing-masing memiliki stok barang tertentu. Ada 4 toko yang membutuhkan pasokan barang dengan jumlah tertentu. Setiap gudang dapat mengirimkan barang ke toko-toko dengan biaya tertentu per unit barang. Kapasitas pengiriman gudang dan kebutuhan toko sudah diketahui.

a. Gudang dan Kapasitas:

Gudang A: kapasitas 100 unit

Gudang B: kapasitas 150 unit

Gudang C: kapasitas 120 unit

b. Toko dan Kebutuhan:

Toko 1: membutuhkan 80 unit

Toko 2: membutuhkan 70 unit

Toko 3: membutuhkan 100 unit

Toko 4: membutuhkan 120 unit

Tabel 1. Biaya Transportasi per Unit dari Gudang ke Toko:

	Toko 1	Toko 2	Toko 3	Toko 4
Gudang A	4	6	8	10
Gudang B	5	7	6	9
Gudang C	9	4	7	6

Tujuan:

Minimalkan biaya transportasi dengan mengatur pengiriman barang dari gudang ke toko sesuai dengan kapasitas gudang dan kebutuhan toko.

Variabel Keputusan:

Misalkan x_{ij} adalah jumlah barang yang dikirim dari gudang i ke toko j .

a. x_{11} = Jumlah barang yang dikirim dari Gudang A ke Toko 1.

b. x_{12} = Jumlah barang yang dikirim dari Gudang A ke Toko 2.

Dan seterusnya untuk semua kombinasi gudang dan toko

3.2 Model Matematika

a. Fungsi Objektif

Fungsi objektif dalam pemrograman linear (linear programming) adalah sebuah persamaan matematis yang digunakan untuk memaksimalkan atau meminimalkan suatu kuantitas tertentu, seperti keuntungan, biaya, waktu, atau jarak, dengan memenuhi sekumpulan kendala yang ada. Fungsi objektif ini merupakan elemen kunci dalam model pemrograman linear yang menggambarkan tujuan utama dari masalah optimasi.

Minimalkan total biaya transportasi:

$$\text{Min } Z = 4x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 10x_{14} + 5x_{21} + 7x_{22} + 6x_{23} + 9x_{24} + 9x_{31} + 4x_{32} + 7x_{33} + 6x_{34}$$

dimana:

x_{ij} adalah jumlah barang yang dikirim dari gudang i ke toko j .

Koefisien 4, 6, 8, ... adalah biaya per unit barang dari masing-masing gudang ke masing-masing toko.

b. Fungsi Kendala

Fungsi kendala dalam pemrograman linear adalah persamaan atau ketidaksetaraan yang membatasi atau mengatur nilai variabel keputusan dalam model. Kendala ini menggambarkan batasan atau kondisi yang harus dipenuhi agar solusi yang ditemukan sah secara matematis dan sesuai dengan konteks masalah yang dihadapi. Dalam optimasi, kendala-kendala ini berfungsi untuk memastikan bahwa solusi yang ditemukan tidak melanggar batasan yang ada, seperti keterbatasan sumber daya, kapasitas, waktu, atau biaya.

1. Kapasitas Gudang:

Gudang A tidak dapat mengirimkan lebih dari 100 unit barang:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 100$$

Gudang B tidak dapat mengirimkan lebih dari 150 unit barang:

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 150$$

Gudang C tidak dapat mengirimkan lebih dari 120 unit barang:

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 120$$

2. Kebutuhan Toko:

Toko 1 membutuhkan 80 unit barang:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 80$$

Toko 2 membutuhkan 70 unit barang:

$$x_{12} + x_{22} + x_{31} = 70$$

Toko 3 membutuhkan 100 unit barang:

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 100$$

Toko 4 membutuhkan 120 unit barang:

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 120$$

3. Non-negativitas :

Semua variabel keputusan harus bernilai positif atau nol :

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i, j .$$

3.3 Model Pemrograman Linear:

1. Fungsi Objektif :

$$\text{Min } Z = 4x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 10x_{14} + 5x_{21} + 7x_{22} + 6x_{23} + 9x_{24} + 9x_{31} + 4x_{32} + 7x_{33} + 6x_{34}$$

2. Kendala:

Kapasitas Gudang:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 100$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 150$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 120$$

Kebutuhan Toko:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 80$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{31} = 70$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 100$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 120$$

Non-negatif:

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk semua } i, j .$$

3.4 Penyelesaian dengan program python

Dengan menggunakan perangkat lunak, Anda dapat memasukkan fungsi objektif dan kendala dalam bentuk matriks dan menemukan nilai optimal x_{ij} , yang menunjukkan berapa banyak barang yang harus dikirim dari masing-masing gudang ke toko-toko untuk meminimalkan biaya transportasi. Disini kita akan menggunakan Python untuk menyelesaikannya.

```
Import pulp
# Data masalah
gudang = ['A', 'B', 'C']
toko = ['Toko 1', 'Toko 2', 'Toko 3', 'Toko 4']
kapasitas_gudang = {'A': 100, 'B': 150, 'C': 120}
kebutuhan_toko = {'Toko 1': 80, 'Toko 2': 70, 'Toko 3': 100, 'Toko 4': 120}
# Biaya transportasi per unit dari gudang ke toko
biaya = {
    ('A', 'Toko 1'): 4, ('A', 'Toko 2'): 6, ('A', 'Toko 3'): 8, ('A', 'Toko 4'): 10,
    ('B', 'Toko 1'): 5, ('B', 'Toko 2'): 7, ('B', 'Toko 3'): 6, ('B', 'Toko 4'): 9,
    ('C', 'Toko 1'): 9, ('C', 'Toko 2'): 4, ('C', 'Toko 3'): 7, ('C', 'Toko 4'): 6
}

# Inisialisasi model optimasi
model = pulp.LpProblem("Optimasi_Transportasi", pulp.LpMinimize)

# Variabel keputusan: x_ij = jumlah barang yang dikirim dari gudang i ke toko j
x = pulp.LpVariable.dicts("x", (gudang, toko), lowBound=0, cat='Continuous')

# Fungsi objektif: minimalkan biaya transportasi
model += pulp.lpSum([biaya[i, j] * x[i][j] for i in gudang for j in toko]), "Total_Biaya_Transportasi"

# Kendala kapasitas gudang
for i in gudang:
    model += pulp.lpSum([x[i][j] for j in toko]) <= kapasitas_gudang[i], f"Kapasitas_Gudang_{i}"

# Kendala kebutuhan toko
for j in toko:
    model += pulp.lpSum([x[i][j] for i in gudang]) == kebutuhan_toko[j], f"Kebutuhan_{j}"

# Menyelesaikan model
model.solve()

# Menampilkan hasil
if model.status == pulp.LpStatusOptimal:
    print(f"Total Biaya Transportasi Optimal: {pulp.value(model.objective)}")
    for i in gudang:
        for j in toko:
            if pulp.value(x[i][j]) > 0:
                print(f"Jumlah barang yang dikirim dari {i} ke {j}: {pulp.value(x[i][j])} unit")
```

3.5 Hasil Analisis

Kode di atas memberikan nilai optimal untuk jumlah barang yang dikirim dari setiap gudang ke setiap toko, bersama dengan total biaya transportasi minimal.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisa dari permasalahan yang terjadi dalam kasus yang diangkat, membuktikan bahwa bahwa model optimasi rute transportasi berbasis pemrograman linear mampu meminimalkan biaya transportasi dengan tetap memenuhi kebutuhan distribusi barang secara efisien. Serta memberikan pendekatan yang sistematis dan dapat diandalkan untuk menyelesaikan masalah distribusi logistik yang kompleks, sehingga dapat diterapkan secara langsung oleh perusahaan transportasi dan logistik. Model ini tidak hanya memenuhi kebutuhan distribusi barang, tetapi juga memberikan solusi yang efisien untuk mengelola keterbatasan sumber daya. Pendekatan ini menawarkan kontribusi signifikan dalam pengelolaan logistik modern, khususnya dalam merancang rute optimal di jaringan distribusi multi-gudang dan multi-tujuan. Dengan penerapan praktis, model ini dapat meningkatkan efisiensi operasional perusahaan logistik, mengurangi biaya bahan bakar, dan mendukung keberlanjutan lingkungan.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terima Kasih diucapkan kepada Bapak Ferdy Riza, Ibu Firaumi Rizky, Ibu Zuli Agustina Gultom, Bapak Muhammad Haris, Mika Debora Br Barus serta pihak-pihak yang telah terlibat dalam proses penyelesaian penelitian ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Terima Kasih juga diucapkan kepada kedua orang tua serta keluarga yang selalu memberi motivasi, Doa dan dukungan moral maupun materi, serta pihak-pihak yang telah mendukung dalam proses pembuatan jurnal ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Kiranya jurnal ini bisa memberi manfaat bagi pembaca dan dapat meningkatkan kualitas jurnal selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. H. J. Chowdhury, S. M. Rahman, and S. S. J. Mollah, "Vehicle Routing Problem: A Linear Programming Model Approach for Efficient Transportation Planning," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 150, pp. 106911, 2020.
- [2] X. Zhang, Y. Li, and H. Li, "A Hybrid Optimization Approach for Capacitated Vehicle Routing Problem Using Linear Programming," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 142, pp. 103659, 2020.
- [3] R. P. B. H. van der Meer, D. van der Zee, and R. M. S. Amritraj, "Optimization of Transport Routes for Efficient Logistics Using Linear Programming," *European Journal of Operational Research*, vol. 292, no. 2, pp. 648-663, 2021.
- [4] G. J. White, L. R. Bergman, and R. S. Hughes, "Optimization of Multi-Depot Vehicle Routing Using Integer Linear Programming," *Operations Research Perspectives*, vol. 8, pp. 100204, 2021.
- [5] W. Li, J. Liu, and Q. Zeng, "Efficient Freight Transportation through Optimization of Vehicle Routing: A Mixed Integer Linear Programming Approach," *Transportation Science*, vol. 55, no. 4, pp. 1029-1047, 2021.
- [6] P. Toth, D. Vigo, and G. Laporte, "Vehicle Routing Problem: Challenges and Applications," *Springer Series in Operations Research and Financial Engineering*, pp. 1-35, 2021.
- [7] S. K. E. Sadr, "Vehicle Routing Optimization for Sustainable Logistics: A Linear Programming Approach," *Journal of Sustainable Transport*, vol. 16, no. 3, pp. 211-227, 2021.
- [8] M. S. T. Rahman, "Implementasi Metode Transportasi dalam Optimasi Distribusi Barang pada PT. XYZ," *Jurnal Teknosains*, vol. 12, no. 2, hlm. 45-53, 2020.
- [9] Z. Xie, Z. H. Lee, and J. W. Park, "Optimal Scheduling and Routing of Delivery Vehicles Using Linear Programming and Genetic Algorithms," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 121, pp. 102798, 2020.
- [10] F. P. D. Chew, H. C. S. Leung, and R. C. W. Wong, "Optimization of Delivery Systems with Multiple Constraints Using Linear Programming," *International Journal of Production Economics*, vol. 234, pp. 108008, 2021.
- [11] R. S. S. B. M. N. K. S. Vijayan, "Routing Optimization for Waste Collection: A Linear Programming Approach," *Journal of Clean Energy Technologies*, vol. 9, no. 4, pp. 165-172, 2021.
- [12] S. H. L. Lee, "Optimizing Distribution Routes in Urban Areas: A Linear Programming Approach," *Journal of Transportation Engineering*, vol. 147, no. 3, pp. 04020011, 2021.